



1. Aufgabenblatt

Ziele:

- Bestimmung der charakteristischen Größen einer harmonischen Schwingung eines Federpendels.
- Mathematische Modellierung der Schwingungen eines realen Federpendels mit Hilfe der trigonometrischen Funktion.

Kurze Hinweise zur Durchführung und Auswertung des Versuchs

1. Der Gewichtsteller mit Reflektor wird an einer Feder so angehängt, dass das Federpendel über dem Sensor, senkrecht zum Laserstrahl, schwingen kann (siehe die Abb.1). Das Federpendel wird vertikal so ausgelenkt, dass es nach dem Loslassen freischwingt. Damit die Schwingungen harmonisch sind, soll die Auslenkung nicht zu groß sein. Die Verformung der Feder soll innerhalb des Elastizitätsbereiches bleiben.

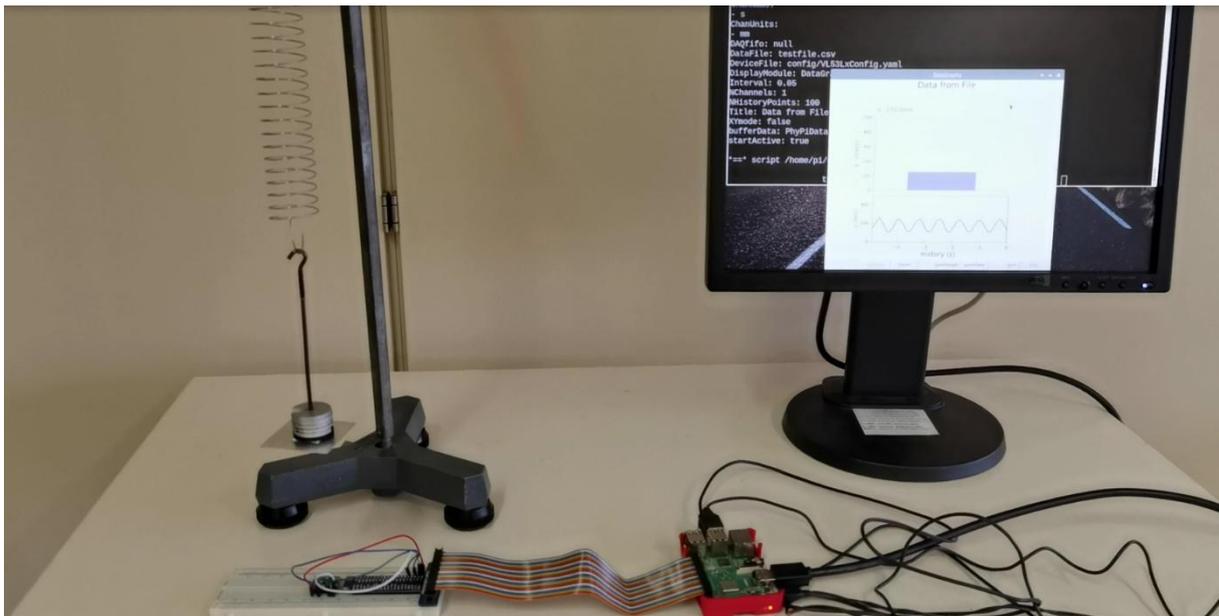


Abb.1 Das Federpendel schwingt über dem VL53L0X-Distanzsensor

2. Der zeitliche Verlauf der Entfernung des Reflektors wird mit dem PhyPiDAQ-Programm aufgezeichnet und in Echtzeit visualisiert. Die Aufnahmezeit wird in die **.daq-Konfiguration** des Versuchs als `loggin interval` eingegeben. In diesem Fall wurde die Aufnahmezeit auf 0,05s eingestellt. Ein momentanes Bild des zeitlichen Verlauf der Bewegung kann man mit SaveGraph-Taste im Messungsfenster aufnehmen, wie in der Abb.2 gezeigt ist.

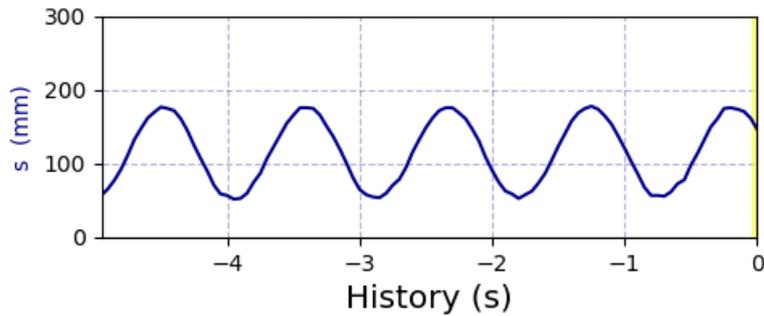


Abb2. Momentaner Verlauf der Elongation des Federpendels im Messungsfenster des PhyPiDAQ- Messwerterfassungssystems

3. Das Softwarepaket PhyPiDAQ ermöglicht auch die Speicherung der Messwerte im .csv Format für spätere Auswertung. Als Beispiel werden die in der Datei [1.Aufgabenblatt.csv](#) gespeicherten Elongationswerte des Federpendels ausgewertet. Diese Messungen wurden über eine kurze Zeit aufgezeichnet, in der man die Dämpfung vernachlässigen kann. Dabei wurde die Elongation in mm auf einer Messungsrate von 0,05s aufgezeichnet.
4. Die Rohdaten können mit Hilfe der Tabellenkalkulationen erarbeiten. Für eine grafische Darstellung der Elongation als Funktion der Zeit braucht man die Zeit-Elongation-Paare. Die Abb.3 zeigt, wie man die Zeit-Werte zu den aufgezeichneten Elongationswerten ergänzen kann.

	A	B	C	D
1	# PhyPiDAQ Data recorder 200221-1209			
2	# logging interval 0.05			
3	# s:(mm)			
4		t/s		
5	51	0		
6	57	=B5+0.05		
7	66			
8	78			

Abb3. 3 Eingabe der Zeitwerte bei einer Aufnahmezeit von 0,05s.



Fragen:

1. Welche Befehle in der .daq-Konfiguration des Versuchs sind für die Speicherung der Messdaten in .csv-Format zuständig?
2. Wie kann man ein Streudiagramm der Wertepaare aus Zeit und Elongation in Excel oder LibreOffice erstellen?
3. Verwenden Sie den momentanen zeitlichen Verlauf der Elongation des Federpendels in der Abb.2 und ermitteln Sie daraus den Wert der Amplitude und der Periodendauer zeichnerisch. Welche Größen braucht man im Diagramm abzulesen?
4. In Mathematik wird die trigonometrische Funktionsgleichung als

$$f(x) = a \cdot \sin[b \cdot (x - c)] + d$$

oft untersucht. Geben Sie die physikalische Bedeutung der Parameter a, b, c, und d an. Die Anfangsbedingungen werden so betrachtet, dass der Gewichtsteller mit Schlitzgewichten aus der Ruhelage ausgedehnt, und zum Zeitpunkt $t=0s$ losgelassen wird.

5. Nun verwenden Sie die in der Datei 1.Aufgabenblatt.csv gespeicherten Messwerte, um die Parameter a, b, c und d zu ermitteln, und stellen Sie die obere Sinus-Funktion auf. Vergleichen Sie den zeitlichen Verlauf der Elongation in der Abb. 2 mit dem Graphen der gefundenen Funktion.
6. Geben Sie verschiedene Werte der Zeit in die aufgestellte Sinusfunktion und vergleichen Sie die errechneten Funktionswerte mit den gemessenen Elongationen zu diesen Zeitpunkten.
7. Berechnen Sie die Frequenz, Kreisfrequenz und die Gesamtenergie der Schwingung.

Hinweise zur Lösung:

1. Das im Excel erstellte Streudiagramm der Wertepaare Zeit-Elongation ermöglicht die Bestimmung der Periodendauer T durch das Messen des Zeitintervalls zwischen zwei benachbarten Maxima, wie in der Abb.4 gezeigt. Für eine höhere Genauigkeit kann man mehrere Zeitintervalle messen und danach den Durchschnittswert berechnen. Die Periodendauer kann man auch durch das Messen der Dauer von N vollständigen Schwingungen geteilt durch die Anzahl N dieser Schwingungen bestimmen.
2. $f(x) = a \cdot \sin[b \cdot (x - c)] + d$
 - 2.1 Die Amplitude der harmonischen Schwingung wird durch $a = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2}$ berechnet.
 - 2.2 Die Entfernung der Ruhelage des Pendels zum Sensor wird durch



$d = \frac{s_{\max} + s_{\min}}{2}$ berechnet. Eine Messung der Position der Ruhelage zum Sensor vor der Ausführung der Schwingung ist nicht mehr notwendig.

2.3 Der Parameter b ist die Kreisfrequenz der Schwingung. Diese wird durch die ermittelte Periodendauer als $b = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ berechnet.

2.4 Der Parameter c hängt von der Ausgangslage des Pendels ab. In diesem Fall ist $c = \frac{T}{4}$, weil das Pendel unterhalb der Ruhelage zum Zeitpunkt $t = 0s$ war.

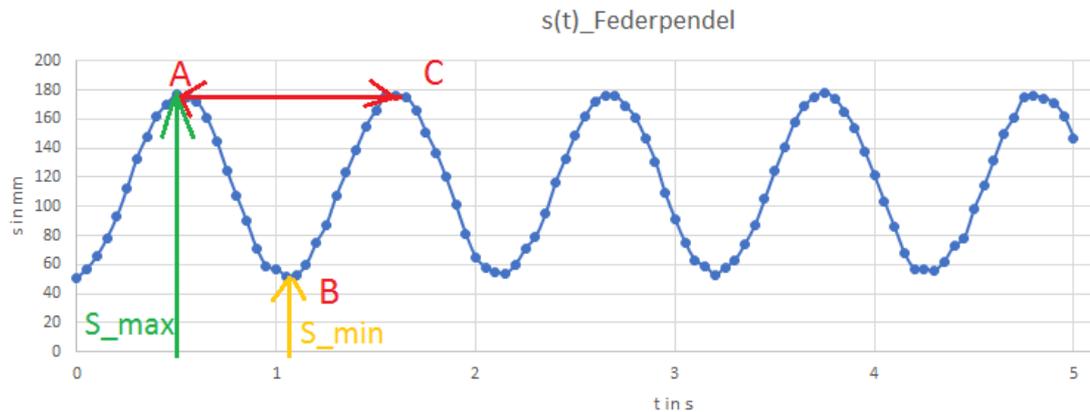


Abb.4 Streudiagramm der Wertepaare Zeit-Elongation des Federpendels erstellt mit Tabellenkalkulation aus der Datei 1.Aufgabenblatt.csv

Für die Messwerte in der Datei [1.Aufgabenblatt.csv](#) ergeben sich:

$a \cong 61\text{mm}$; $T \cong 1,066\text{s}$; $d \cong 115\text{mm}$. Damit entsteht die trigonometrische

Funktion:

$$s_{\text{Reg}}(t) = 61 \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{1,066} \cdot (t - 0,2665) \right] + 115 \quad \text{in mm}$$

Diese Funktion kann man in Excel eingeben, um ihr Graphen mit dem aufgezeichneten zeitlichen Verlauf der Elongation zu vergleichen. Dazu muss man die Funktionswerte in Excel erzeugen, wie in der Abb.5 gezeigt.



	A	B	C	D	E	F
1	# PhyPiDAQ Data recorder 200221-1209					
2	# logging interval 0.05					
3	# s:(mm)					
4			t(s)			
5	51		0	=61*SIN(2*3.14*(C5-0.2665)/1.066)+115		
6	57		0.05			
7	66		0.1			
8	78		0.15			
9	93		0.2			

Abb.5 Erzeugen der Funktionswerte $s_Reg(t)$

Die Abbildung Abb.6 zeigt den zeitlichen Verlauf der gemessenen Elongation im Vergleich zum Graphen der trigonometrischen Funktion.

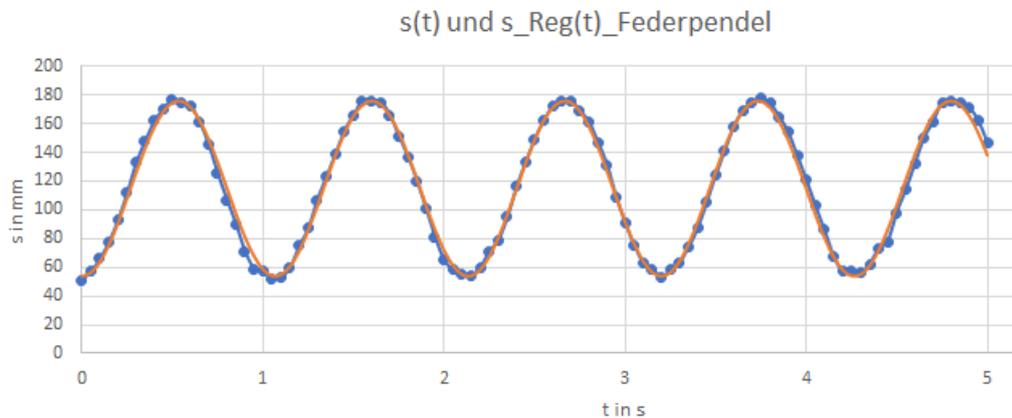


Abb.6 Zeitlichen Verlauf der vom Distanzsensor gemessenen Elongation $s(t)$ (hier in blau) im Vergleich zum Graphen der aus den Messdaten errechneten Sinus-Funktion $s_Reg(t)$.

3. Charakteristische Größen der Schwingung

Frequenz: $f = \frac{1}{T}$; Kreisfrequenz: $\omega = \frac{2\pi}{T}$; Gesamtenergie: $E_{ges} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2}$,

wobei m ist die Masse des Federpendels.